高鳴數學團隊提供

111 學年度學科能力測驗數 B 試題詳解

第壹部分：選擇題

一、單選題

1. 試問有多少個整數 x 滿足 $2|x|+x<10$？

(1)13 個　(2)14 個　(3)15 個　(4)16 個　(5)無窮多個

詳解：(1)

【學測複習講義
第二冊 P.9 天兵 4(3)】

當 $x\geq 0$ 時，

原式可改寫成 $3x<10\Rightarrow x<\dfrac{10}{3}$，得 $0\leq x<\dfrac{10}{3}$……(1)

當 $x<0$ 時，

原式可改寫成 $-x<10\Rightarrow x>-10$，得 $-10<x<0$…..(2)

由(1)(2)取聯集得 $\Rightarrow -10<x<\dfrac{10}{3}$，

x 的整數解共 13 個，故選(1)。

2. 某燈會布置變色閃燈，每次啟動後的閃燈顏色會依照以下的順序做週期性變換：藍-白-紅-白-藍-白-紅-白-藍-白-紅-白…，每四次一循環，其中藍光每次持續 5 秒，白光每次持續 2 秒，而紅光每次持續 6 秒。假設換燈號的時間極短可被忽略，試選出啟動後第 99 至 101 秒之間的燈號。

(1)皆為藍燈　(2)皆為白燈　(3)皆為紅燈
(4)先亮藍燈再亮白燈　(5)先亮白燈再亮紅燈

詳解：(3)

【學測複習講義
第二冊 P.125 蝦兵(6)】

燈號為「藍-白-紅-白」四次一循環，

所花的秒數為 $5+2+6+2=15$ (秒)

$\because 15\cdot 6=90$

$\therefore$ 第 91 至 95 秒為藍燈，

第 96 至 97 秒為白燈，

第 98 至 103 秒為紅燈。

得第 99 至 101 秒之間為紅燈，故選(3)。

3. 有八棟大廈排成一列，由左至右分別編號 1，2，3，4，5，6，7，8。今電信公司想選取其中三棟大廈的屋頂分別設立一座電信基地台。若基地台不能設立於相鄰的兩棟大廈，以免訊號互相干擾，試問在 3 號大廈不設立基地台的情況下，有多少種設立基地台的選取方法？

(1)12　(2)13　(3)20　(4)30　(5)35

詳解：(2)

【學測複習講義 第二冊 P.141 蝦兵(5)】

可以將其分成三種情況

第一種：前面 1 至 3 號大廈皆不設置基地台

1	2	3	4	5	6	7	8
		X	O		O		O

只有 1 種 $(4,6,8)$

第二種：在 1 號大廈架設基地台

1	2	3	4	5	6	7	8
O		X					

第三種：在 2 號大廈架設基地台

1	2	3	4	5	6	7	8
	O	X					

後兩種情況皆有 6 種($(4,6)$，$(4,7)$，$(4,8)$，$(5,7)$，$(5,8)$，$(6,8)$)

合計所有情況共 $1+6+6=13$ 種，故選(2)

4. 在坐標平面上，已知向量 $\overrightarrow{PQ}=(\log\frac{1}{5},-10^{-5})$，其中點 P 的坐標為 $(\log\frac{1}{2},2^{-5})$。試選出正確的選項。

(1)點 Q 在第一象限　(2)點 Q 在第二象限　(3)點 Q 在第三象限

(4)點 Q 在第四象限　(5)點 Q 位於坐標軸上

詳解：(2)

【學測模擬試題 C 講義天兵 2 的蝦兵】

設 $Q\,(x,y)$，則 $\overrightarrow{PQ}=(x-\log\frac{1}{2},y-(2^{-5}))=(\log\frac{1}{5},-10^{-5})$

$$\begin{cases}x-\log\frac{1}{2}=\log\frac{1}{5}\\ y-2^{-5}=-10^{-5}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=\log\frac{1}{2}+\log\frac{1}{5}\\ y=2^{-5}-10^{-5}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-1\\ y>0\end{cases}$$

$\because x<0,y>0$　$\therefore Q$ 在第二象限，故選(2)。

5. 設矩陣 $A=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}$，若 $A^7-3A=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$，則 $a+b+c+d$ 之值為下列哪一個選項？

(1) -8　(2) -5　(3) 5　(4) 8　(5) 10

詳解：(5)

【學測複習講義
第四冊 P.172 第 1 題】

經過計算得 $A^2=2I$，

而 $A^3=A^2\cdot A=2I\cdot A=2A$

由此推算 $A^4=4I$、$A^5=4A$、$A^6=8I$、$A^7=8A$

$\therefore A^7-3A=8A-3A=5A=\begin{bmatrix}5 & 5\\ 5 & -5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$

得 $a+b+c+d=5+5+5-5=10$，故選(5)。

6. 假設地球為一半徑 r 的球體，有一質點自甲地沿著該地所在經線往北移動，抵達北極點時移動所經過的弧線之長度為 $\frac{7}{12}\pi r$。試問哪一個選項最可能是甲地的位置？

(1)東經 $75°$、北緯 $15°$　(2)東經 $30°$、南緯 $75°$　(3)東經 $75°$、南緯 $15°$

(4)西經 $30°$、北緯 $75°$　(5)西經 $15°$、南緯 $30°$

詳解：(3)

【學測複習講義
第四冊 P.60 第 12 題】

從南極($90°S$)到北極($90°N$)，距離為 πr

令甲地為($x°N$)，則 $\pi r:180°=\frac{7}{12}\pi r:(90-x)°$

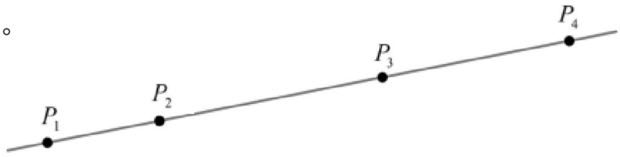
$\Rightarrow (90-x)°=105° \Rightarrow x=-15°N=15°S$，故選(3)。

7. 畫家把空間景物用單點透視法畫在平面的畫紙上時，有以下原則要遵守：

一、空間中的直線畫在畫紙上必須是一條直線。

二、空間直線上點的相關位置必須和畫紙所畫的點的相關位置一致。

三、空間直線上的任四個相異點的K值，和畫紙所畫的四個點之K值必須相同，其中K值的定義如下：直線上任給四個有順序的相異點P_1，P_2，P_3，P_4，如下圖。



其所對應的K值定義為

$$K=\frac{\overline{P_1P_4}\times\overline{P_2P_3}}{\overline{P_1P_3}\times\overline{P_2P_4}}$$

今某畫家依照以上原則，將空間中一直線及該線上的四相異點Q_1，Q_2，Q_3，Q_4描繪在畫紙上，其中$\overline{Q_1Q_2}=\overline{Q_2Q_3}=\overline{Q_3Q_4}$。若將畫紙上所畫的直線視為一數線，並將線上的點用坐標來表示，則在下列選項的四個坐標中，試問哪一組最可能是該四點在畫紙上的坐標？

(1)1，2，4，8　(2)3，4，6，9　(3)1，5，8，9

(4)1，2，4，9　(5)1，7，9，10

詳解：(5)

【學測複習講義第三冊平面向量 P.104 天兵 5】

設$\overline{Q_1Q_2}=\overline{Q_2Q_3}=\overline{Q_3Q_4}=a\neq 0$，

$$K=\frac{\overline{P_1P_4}\times\overline{P_2P_3}}{\overline{P_1P_3}\times\overline{P_2P_4}}=\frac{3a\times a}{2a\times 2a}=\frac{3}{4}$$

(1) $K=\frac{7\times 2}{3\times 6}=\frac{7}{9}$　(2) $K=\frac{6\times 2}{3\times 5}=\frac{4}{5}$

(3) $K=\frac{8\times 3}{7\times 4}=\frac{6}{7}$　(4) $K=\frac{8\times 2}{3\times 7}=\frac{16}{21}$

(5) $K=\frac{9\times 2}{8\times 3}=\frac{3}{4}$，故選(5)。

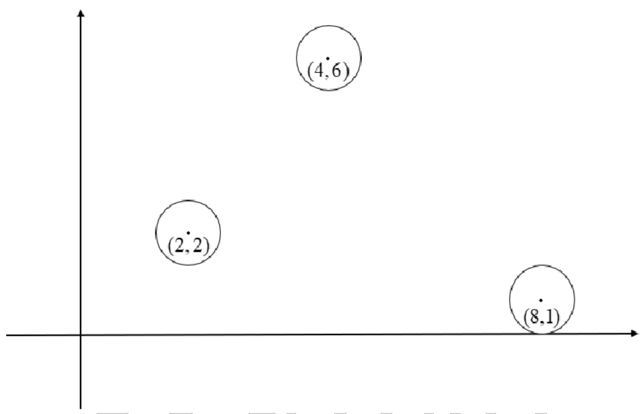
二、多選題

8. 有一射擊遊戲，將發射台設置於坐標平面的原點，並放置三個半徑為 1 的圓盤靶子，其圓心分別為 $(2,2)$、$(4,6)$ 與 $(8,1)$。玩家選定一正數 a，並按下按鈕後，發射台將向點 $(1,a)$ 方向發射一道雷射光束(形成一射線)。假設雷射光束擊中靶子後可以穿透並繼續沿原方向前進(削過圓盤邊緣也視為擊中)。試選出正確的選項。
(1)雷射光束落在通過原點且斜率為 a 的直線上
(2)若 $a=\frac{3}{2}$，則雷射光束會擊中圓心為 $(4,6)$ 的圓盤靶子
(3)玩家可以僅發射一道雷射光束就擊中三個圓盤靶子
(4)玩家至少需要發射三道雷射光束才可擊中三個圓盤靶子
(5)玩家發射一道雷射光束後，若擊中圓心為 $(8,1)$ 的圓盤靶子，則 $a\le\frac{16}{63}$

詳解： (1)(2)(5)

【學測模擬試題 E 講義 混合題】

(1) O：從原點向 $(1,a)$ 方向發射光束，
光束直線斜率 $m_L=\frac{a-0}{1-0}=a$。
(2) O：呈(1)，若 $a=\frac{3}{2}$，光束直線為 $3x-2y=0$，
而 $(4,6)$ 為光束直線上一點。
(3) X：如下圖，以 $(4,6)$ 和 $(8,1)$ 為圓心之靶子，
無法被同一光束射擊到。
(4) X：至少需要兩發。
(5) O：點 $P(8,1)$，若 $a=\frac{16}{63}\Rightarrow L'=16x-63y=0$
則 $d(P,L)=\frac{|128-63|}{\sqrt{16^2+63^2}}=\frac{65}{\sqrt{65^2}}=1$，
所以斜率 a 最大值的光束直線相切於圓心為 $(8,1)$ 半徑為 1 的圓盤靶子
故選(1)(2)(5)。



9. 設 $f(x)=2x^3-3x+1$，下列關於函數 $y=f(x)$ 的圖形之描述，試選出正確的選項。

(1) $y=f(x)$ 的圖形通過點 $(1,0)$
(2) $y=f(x)$ 的圖形與 x 軸只有一個交點
(3)點 $(1,0)$ 是 $y=f(x)$ 的圖形之對稱中心
(4) $y=f(x)$ 的圖形在對稱中心附近會近似於一直線 $y=3x-3$
(5) $y=3x^3-6x^2+2x$ 的圖形可由 $y=f(x)$ 的圖形經適當平移得到

詳解： (1)

【學測模擬試題 G 講義
混合題】

(1) O ： $f(1)=2-3+1=0$

(2) X ：由(1)可知 $x-1$ 為 $f(x)$ 的因式

$\Rightarrow f(x)=(x-1)(2x^2+2x-1)$

又 $2x^2+2x-1$ 的判別式大於 0

因此 $f(x)$ 與 x 軸有 3 個交點

(3) X ： $\dfrac{-b}{3a}=0\neq 1$

(4) X ： $y=-3x+1$

(5) X ：領導係數不同，無法經由平移得到相同圖形

故選(1)。

10. 甲、乙兩班各有 40 位同學參加某次數學考試(總分為 100 分)，考試後甲、乙兩班分別以 $y_1=0.8x_1+20$ 和 $y_2=0.75x_2+25$ 的方式來調整分數，其中 x_1，x_2 分別代表甲、乙兩班的原始考試分數，y_1，y_2 分別代表甲、乙兩班調整後的分數。已知調整後兩班的平均分數均為 60 分，調整後的標準差分別為 16 分和 15 分。試選出正確的選項。

(1)甲班每位同學調整後的分數均不低於其原始分數

(2)甲班原始分數的平均分數比乙班原始分數的平均分數高

(3)甲班原始分數的標準差比乙班原始分數的標準差高

(4)若甲班 A 同學調整後的分數比乙班 B 同學調整後的分數高，則 A 同學的原始分數比 B 同學的原始分數高

(5)若甲班調整後不及格(小於 60 分)的人數比乙班調整後不及格的人數多，則甲班原始分數不及格的人數必定比乙班原始分數不及格的人數多

詳解：(1)(2)(4)

【60 天搞定學測 第 28 回多選第 10 題】

(1) O：$0.8x_1+20\ge x_1 \Rightarrow 0.2x_1\le 20 \Rightarrow x_1\le 100$

(2) O：甲班原始分數平均：$\dfrac{60-20}{0.8}=50$

乙班原始分數平均：$\dfrac{60-25}{0.74}=46.\overline{6}<50$

(3) X：甲班原始分數標準差：$16\div 0.8=20$

乙班原始分數標準差：$15\div 0.75=20$

(4) O：$0.8x_1+20>0.75x_2+25 \Rightarrow 16x_1-15x_2>100$

假設 $x_2\ge x_1$

$\Rightarrow 16x_2\ge 16x_1$

$\Rightarrow x_2\ge 16x_1-15x_2>100$（不合，分數不可能高於100）

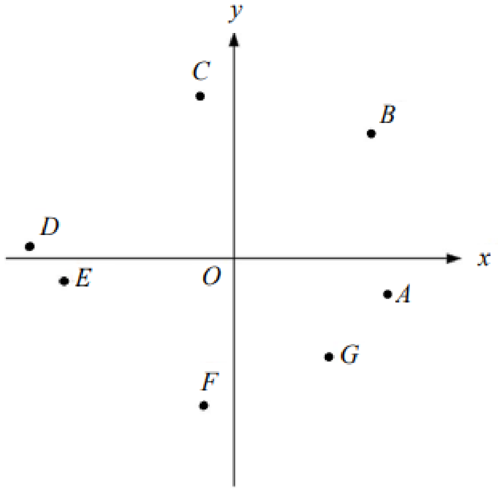
因此 $x_1>x_2$

(5) X：由(2)可知甲班原始平均為 50 分，乙班平均為 $46.\overline{6}$ 分，

又由(3)可知調整前的標準差均為 20，代表成績分散情況差不多，因此有可能出現甲班原始及格人數較乙班多的情況。

故選(1)(2)(4)。

11. 考慮坐標平面上的點 $O(0,0)$、A、B、C、D、E、F、G，如下圖所示：



其中 B 點、C 與 D 點、E 與 F 點、G 與 A 點依序在一、二、三、四象限內。

若 $\overrightarrow{v}$ 為坐標平面上的向量，且滿足 $\overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{OA}>0$ 及 $\overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{OB}>0$，則 $\overrightarrow{v}$ 與下列哪些向量的內積一定小於 0？

(1) $\overrightarrow{OC}$ (2) $\overrightarrow{OD}$ (3) $\overrightarrow{OE}$ (4) $\overrightarrow{OF}$ (5) $\overrightarrow{OG}$

詳解： (2)(3)

【學測複習講義 第四冊 P.9 天兵 2 第 2 題】

令 $\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{v}$，$P$ 為平面上任一點

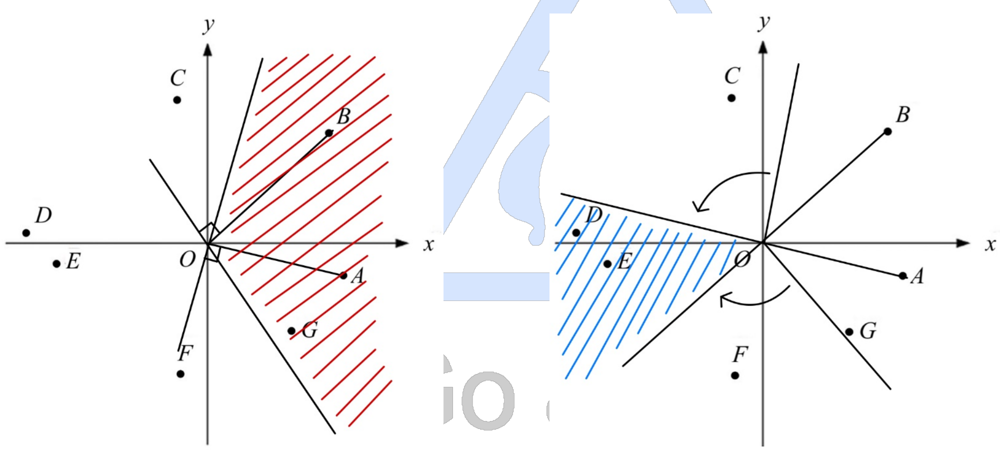
當 P 在紅色區域時，則 $\overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{OA}>0$ 及 $\overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{OB}>0$

在藍色區域的 D、E 兩點，

因 $\overrightarrow{OD}$ 及 $\overrightarrow{OE}$ 與紅色區域邊界的夾角皆大於 $90°$，

故 $\overrightarrow{OD}\cdot\overrightarrow{v}<0$、$\overrightarrow{OE}\cdot\overrightarrow{v}<0$

故選(2)(3)。



12. 設 a，b，c 都是非零的實數，且二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的兩根都落在 1 和 3 之間。試選出兩根必定都落在 4 和 5 之間的方程式。

(1) $a(x-2)^2+b(x-2)+c=0$　(2) $a(x+2)^2+b(x+2)+c=0$

(3) $a(2x-7)^2+b(2x-7)+c=0$　(4) $a(\frac{x+7}{2})^2+b(\frac{x+7}{2})+c=0$

(5) $a(3x-11)^2+b(3x-11)+c=0$

詳解：(3)(5)

【學測複習講義 第一冊 P.137 蝦兵(3)】

(1) X：兩根在 3 和 5 之間($1+2=3$，$3+2=5$)

(2) X：兩根在 -1 和 1 之間($1-2=-1$，$3-2=1$)

(3) O：兩根在 4 和 10 之間($\frac{1+7}{2}=4$，$\frac{3+7}{2}=10$)

(4) X：兩根在 -5 和 -1 之間($1\times2-7=-5$，$3\times2-7=-1$)

(5) O：兩根在 4 和 $\frac{14}{3}$ 之間($\frac{1+11}{3}=4$，$\frac{3+11}{3}=\frac{14}{3}$)

故選(3)(5)。

三、選填題

13. 若 x，y 為兩正實數，且滿足 $x^{-\frac{1}{3}}y^2=1$ 及 $2\log y=1$，

則 $\frac{x-y^2}{10}=$ (13-1)(13-2)。

詳解：99

【學測複習講義 第一冊 P.33 天兵 12】

由題目 $2\log y=1$ 得 $y=\sqrt{10}$ (代回 $x^{-\frac{1}{3}}y^2=1$)

$\Rightarrow x^{-\frac{1}{3}}\cdot(\sqrt{10})^2=1\Rightarrow\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}}=\frac{1}{10}\Rightarrow x=1000$

所求 $=\frac{x-y^2}{10}=\frac{1000-(\sqrt{10})^2}{10}=\frac{990}{10}=99$。

14. 座標平面上有一個半徑為 7 的圓，其圓心為 O 點。已知圓上有 A，B 兩點，

且 $\overline{AB}=8$，則內積 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=$ ___14-1 14-2___ 。

詳解： ___17___

【學測模擬試題 D 講義 天兵 8】

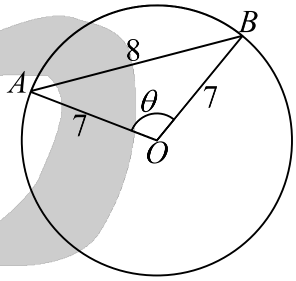
令 $\angle AOB=\theta$

由餘弦定理得 $\cos\theta=\dfrac{7^2+7^2-8^2}{2\times7\times7}$

$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=|\overrightarrow{OA}|\cdot|\overrightarrow{OB}|\cdot\cos\theta$

$$=7\cdot7\cdot\frac{7^2+7^2-8^2}{2\cdot7\cdot7}=\frac{1}{2}(7^2+7^2-8^2)=17$$

。



15. 根據某國對失蹤輕航機的調查得知：失蹤輕航機中有 70% 後來會被找到，在被找到的輕航機當中，有 60% 裝設緊急定位傳送器；而沒被找到的失蹤輕航機當中，則有 90% 未裝設緊急定位傳送器。緊急定位傳送器會在飛機失事墜毀時發送訊號，讓搜救人員可以定位。現有一架輕航機失蹤，若已知該機有裝設緊急定位傳送器，則它會被找到的機率為 $\dfrac{\text{15-1 } \text{15-2}}{\text{15-3 } \text{15-4}}$ 。

詳解：$\dfrac{14}{15}$

【學測複習講義 第四冊 P.96 蝦兵(2)】

- 找到 70%
  - 有裝定位器 $70\% \cdot 60\%$
  - 沒裝定位器 $70\% \cdot (1-60\%)$
- 沒找到 30%
  - 有裝定位器 $30\% \cdot (1-90\%)$
  - 沒裝定位器 $30\% \cdot 90\%$

$$\text{所求} = P(\text{有找到} \mid \text{有裝定位器})$$

$$= \frac{P(\text{有裝定位器且有找到})}{P(\text{有裝定位器})}$$

$$= \frac{70\% \cdot 60\%}{70\% \cdot 60\% + 30\% \cdot (1-90\%)} = \frac{6 \cdot 7}{6 \cdot 7 + 1 \cdot 3} = \frac{42}{45} = \frac{14}{15}$$

16. 帶中有藍、綠、黃三種顏色的球共 10 顆。今從袋中隨機抽取兩顆球(每顆球被抽中的機率相等)，若抽出的兩顆球皆為藍色的機率為 $\frac{1}{15}$，皆為綠色的機率為 $\frac{2}{9}$，則從袋中抽出兩球，此兩球為相異顏色的機率為 $\underline{\frac{16\text{-}1\ 16\text{-}2}{16\text{-}3\ 16\text{-}4}}$。

詳解：$\underline{\frac{31}{45}}$

【學測複習講義第二冊 P.171 天兵 2 第 2 題】

藍球有 x 顆，綠球有 y 顆，則黃球有 $(10-x-y)$ 顆

由題目得 $P(\text{抽到兩藍})=\frac{C_2^x}{C_2^{10}}=\frac{1}{15}\Rightarrow\frac{x(x-1)}{90}=\frac{1}{15}$

$\Rightarrow x(x-1)=6\Rightarrow x=3$ 或 -2 (負不合)

$P(\text{抽到兩綠})=\frac{C_2^y}{C_2^{10}}=\frac{2}{9}\Rightarrow\frac{y(y-1)}{90}=\frac{2}{9}$

$\Rightarrow y(y-1)=20\Rightarrow y=5$ 或 -4 (負不合)

則黃球共 $10-3-5=2$ 顆

$P(\text{抽到兩黃})=\frac{C_2^2}{C_2^{10}}=\frac{2}{90}=\frac{1}{45}$

則 $P(\text{抽到不同色})=1-P(\text{抽到同色})=1-(\frac{1}{15}+\frac{2}{9}+\frac{1}{45})=\frac{31}{45}$。

17. 有三女三男共六位在校時和老師常有互動的同學，畢業後老師邀聚餐，餐後七人站一橫排照相留念。已知同學中有一女一男兩位曾有過不愉快，照相不想相鄰，而老師站在正中間且三位男生不完全站在老師的同一側， 則可能的排列方式共有 $\underline{17\text{-}1\ 17\text{-}2\ 17\text{-}3}$ 種。

詳解：$\underline{456}$

【學測複習講義第二冊 P.128 第 3 題】

所求 $=$ (全部) $-$ (不愉快的一起) $-$ (男全同側)

$=$ (全部) $-$ (不愉快先排再排其餘四人) $-$ (男全同側)

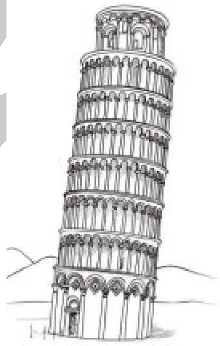
$=6!-4\cdot2!\cdot4!-2\cdot3!\cdot3!=456$。

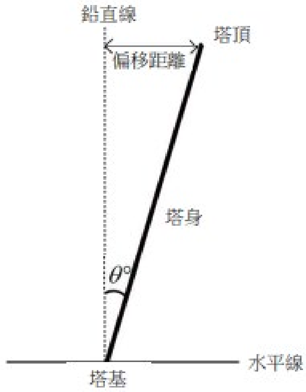
第貳部分：混合題或非選擇題

【學測複習講義 第三冊 P.5 蝦兵(4)】

<u>18-20 題為題組</u>

瘦長的塔因為年代久遠，塔身容易傾斜。在下方右圖中，以粗黑線條代表塔身，而塔身的長度稱為**塔高**，塔身與鉛直虛線的夾角 $\theta°$ 稱為該塔的**傾斜度**$(0 \le \theta < 90)$，又塔頂至鉛直虛線的距離稱為該塔的**偏移距離**。





根據上述資料，試回答下列問題。

18. 已知世界上傾斜度最高的摩天大樓坐落於阿布達比，其**傾斜度**達到 $18°$，此**傾斜度**換算成弳(或弧度)為下列哪一個選項？

(1) $\frac{\pi}{36}$ (2) $\frac{\pi}{18}$ (3) $\frac{\pi}{20}$ (4) $\frac{\pi}{10}$ (5) $\frac{\pi}{8}$

詳解：　(4)

由 $180° = \pi$，得 $18° = \frac{180°}{10} = \frac{\pi}{10}$，故選(4)

19. 中國虎丘塔、護珠塔與義大利的比薩斜塔是三座著名斜塔，它們的**塔高**分別為 48、19 與 57(公尺)，**偏移距離**分別為 2.3、2.3 與 4(公尺)，塔的**傾斜度**分別記為 $\theta_1°$、$\theta_2°$ 與 $\theta_3°$。試比較 θ_1、θ_2 與 θ_3 三數的大小關係。

詳解：　$\theta_2 > \theta_3 > \theta_1$

$\sin\theta_1^{\circ} = \frac{2.3}{48} = \frac{9.2}{192}$；$\sin\theta_2^{\circ} = \frac{2.3}{19} = \frac{6.9}{57}$；$\sin\theta_3^{\circ} = \frac{4}{57} = \frac{9.2}{131.1}$

則 $\frac{6.9}{57} > \frac{4}{57} \Rightarrow \sin\theta_2^{\circ} > \sin\theta_3^{\circ}$，$\frac{9.2}{192} < \frac{9.2}{131.1} \Rightarrow \sin\theta_1^{\circ} < \sin\theta_3^{\circ}$，

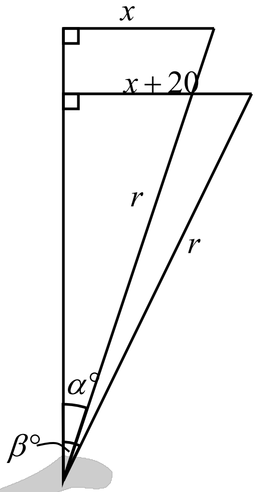
由上面兩式得 $\sin\theta_2^{\circ} > \sin\theta_3^{\circ} > \sin\theta_1^{\circ} \Rightarrow \theta_2^{\circ} > \theta_3^{\circ} > \theta_1^{\circ}$

(當θ為銳角時，θ越大$\sin\theta$越大)

20. 假設有塔高相等的兩座鐵塔，它們的**傾斜度**$\alpha°$，$\beta°$分別滿足$\sin\alpha° = \frac{1}{5}$與$\sin\beta° = \frac{7}{25}$。已知兩座鐵塔的**偏移距離**相差 20 公尺，試求它們的塔頂到地面之距離相差多少公尺。

詳解：$\underline{100\sqrt{6}-240}$

令塔高為r，偏移距離分別為x、$(x+20)$



則$\begin{cases} \frac{x}{r} = \sin\alpha° = \frac{1}{5} \\ \frac{x+20}{r} = \sin\beta° = \frac{7}{25} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r = 5x \\ 7r = 25x+500 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 50 \\ r = 250 \end{cases}$

塔高差$= r\cos\alpha° - r\cos\beta°$

$= r(\sqrt{1-\sin^2\alpha°} - \sqrt{1-\sin^2\beta°})$

$= 250(\sqrt{1-(\frac{1}{5})^2} - \sqrt{1-(\frac{7}{25})^2})$

$= 250(\frac{2\sqrt{6}}{5} - \frac{24}{25}) = 100\sqrt{6}-240$。