全國公私立高級中學

107 學年度學科能力測驗第二次聯合模擬考試

考試日期：107 年 9 月 5~6 日

數學考科

－作答注意事項－

考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 7 題，多選題 5 題，選填題第 A 至 H 題共 8 題

作答方式：用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案者，其後果由考生自行承擔。

選填題作答說明：選填題的題號是 A，B，C，……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是 $\dfrac{\text{⑱}}{\text{⑲}}$，而依題意計算出來的答案是 $\dfrac{3}{8}$，則考生必須分別在答案卡上的第 18 列的 3 與第 19 列的 8 畫記，如：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	−	±
18	□	□	■	□	□	□	□	□	□	□	□	□
19	□	□	□	□	□	□	□	■	□	□	□	□

例：若第 C 題的答案格式是 $\dfrac{\text{⑳㉑}}{50}$，而答案是 $\dfrac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 − 與第 21 列的 7 畫記，如：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	−	±
20	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	■	□
21	□	□	□	□	□	□	■	□	□	□	□	□

※試題後附有參考公式及可能用到的數值

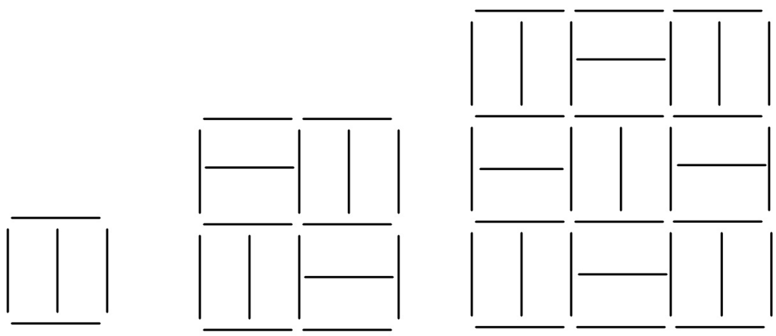
107TDT0202

第壹部分：選擇題（占 60 分）

一、單選題（占 35 分）

說明：第 1 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 如下圖所示，小宇拿了許多一樣長的鐵棒排列出下面圖形。圖 a 使用了 5 根，圖 b 使用了 16 根。依此規則排列，第十張圖會使用幾根鐵棒？



圖a　　圖b　　圖c

(1) 300　　(2) 320　　(3) 340
(4) 350　　(5) 280

2. 化簡下列算式 $\dfrac{2^{\frac{1}{2}}}{2^{-\sqrt{2}}\times\sqrt{2}^{2}\times 2^{-2}}\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{-1}{2}+\sqrt{2}}=$

(1) 4　　(2) 8　　(3) 16
(4) $\dfrac{1}{2}$　　(5) $\dfrac{1}{4}$

3. 多項式函數 $f(x)=(x-4)^3+8$，$g(x)=2x$，下列對於 $f(x^2)-g(x^2)=0$ 根的敘述哪一個選項正確？

(1) 三實根，三虛根
(2) 六相異正根
(3) 三正根，三負根
(4) 兩正根，兩負根，兩虛根
(5) 兩實根，四虛根

4. 判斷下列那個函數的圖形會經過座標平面的四個象限？

(1) $f(x)=2^x-2$

(2) $g(x)=\sqrt{2}x$

(3) $h(x)=3+\log_3 x$

(4) $p(x)=x^2(x-1)(x+1)$

(5) $q(x)=3^x-2^x$

5. 已知實數 a , b , c 滿足 $a<b<c$，下列選項何者正確？

(1) $a^2<b^2$

(2) $b-a<c-b$

(3) $ab<ac$

(4) $\frac{a+2b}{3}<\frac{a+c}{2}$

(5) 若 n 為正奇數， $a^n<b^n<c^n$

6. 玩具店老闆包裝了 10 個玩具福袋，每個售價 100 元。有 1 袋裝有「高級模型」，有 3 袋裝有「便宜玩具」，其他 6 袋裝有「玩具汽車」。小智帶著 300 元想要試手氣，他隨機購買了一個福袋，每袋被選取的機率均相同。若抽到「高級模型」或「玩具汽車」，則停止購買；若抽中「便宜玩具」，則再購買下一個福袋，直到抽中「高級模型」或是「玩具汽車」或是錢花完為止。求小智抽中「高級模型」的機率。

(1) $\frac{17}{120}$

(2) $\frac{1}{3}$

(3) $\frac{139}{1000}$

(4) $\frac{17}{125}$

(5) $\frac{7}{60}$

7. 2018 年三月，民眾因聽網路消息，到大賣場搶購衛生紙。某家賣場統計前 5 天的全臺銷售量如下表所示：

x (第 x 天)	1	2	3	4	5
y (銷售量(條))	1920	960	3840	7680	15360

由於第 4 天、第 5 天銷售量恰爲前一天的 2 倍，賣場主任想要預測之後的銷售量，他令 $z=\log_2\dfrac{y}{30}$ 整理出下表：

x (第 x 天)	1	2	3	4	5
z	6	5	7	8	9

並算出 z 對 x 的迴歸直線爲 $z=0.9x+4.3$，利用此迴歸直線預估第 6 天的銷售量 y 爲：

(1) 2^{10}

(2) $2^{9.7}$

(3) $2^{9.7}\times 30$

(4) $2^{9.7}\times \log_2 30$

(5) $2^{9.7}\times \log_{30} 2$

二、多選題（占 25 分）

說明：第 8 題至第 12 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

8. 某次數學考試有 20 題。將考生數學成績由高至低排序，並且算出數學成績前 30%學生的各題答對率，及數學成績後 30%學生的各題答對率。其中 5 題的結果表列如下。根據此表格可以計算：鑑別度=(前 30%的學生的答對率) − (後 30%的學生的答對率)。例如題號 A 的鑑別度爲 0.92 − 0.45=0.47。下列選項那些正確？

題號	A	B	C	D	E
全體學生答對率	0.74	0.83	0.41	0.19	x
前 30%學生答對率	0.92	0.96	0.79	0.40	y
後 30%學生答對率	0.45	0.71	0.11	0.03	z

(1) ABCD 四題中，題號 D 鑑別度最低

(2) ABCD 四題中，題號 C 鑑別度最高

(3) 若題號 E 的鑑別度爲 0.4，則 $y\ge 0.4$

(4) 若題號 E 的鑑別度爲 0.4，則 $0.4\ge z$

(5) 若題號 E 的鑑別度爲 0.4，則 $0.88\ge x\ge 0.12$

9. 下列情境與算式何者搭配完全正確？
(1) $\{1,2,3,4,5\}$的子集合共有 a 個，則 $a=2^5=C_0^5+C_1^5+C_2^5+C_3^5+C_4^5+C_5^5$
(2) 從班上 20 人選出 3 人的組合共有 b 種，則 $b=C_3^{20}=C_3^{19}+C_2^{19}$
(3) 從班上 8 男 2 女選出 3 人的組合共有 c 種，則 $c=C_3^{10}=C_3^8C_0^2+C_2^8C_1^2+C_1^8C_2^2$
(4) $P_3^{10}=P_3^9+P_2^9$
(5) $C_5^{11}=C_5^8+3C_4^8+3C_3^8+C_2^8$

10. 方程式 $x^2+\sqrt{4+\sqrt{3}}x+\sqrt{3}+1=0$的兩根爲$\alpha,\beta$，且$\overline{\alpha},\overline{\beta}$分別代表$\alpha,\beta$的共軛複數，下列敘述哪些正確？
(1) α,β均爲虛數
(2) $(\alpha+\beta)^2=-4-\sqrt{3}$
(3) $(\alpha-\beta)^2=-3\sqrt{3}$
(4) $\overline{\alpha}+\overline{\beta}=\sqrt{4+\sqrt{3}}$
(5) $\overline{\alpha}\times\overline{\beta}=1-\sqrt{3}$

11. $f(x)$是二次實係數多項式，$f(1)=\log 1, f(2)=\log 2, f(3)=\log 3$，則下列敘述何者正確？
(1) $f(1)\times f(2)\times f(3)=\log 6$
(2) $f(x)=f(1)\dfrac{(x-2)(x-3)}{(1-2)(1-3)}+f(2)\dfrac{(x-1)(x-3)}{(2-1)(2-3)}+f(3)\dfrac{(x-1)(x-2)}{(3-1)(3-2)}$
(3) $f(4)=f(1)-3f(2)+3f(3)$
(4) $f(4)=\log 4$
(5) 函數 $f(x)$有最小值

12. 關於指數函數 $f(x)=(\sqrt[3]{3})^x$ 與直線 $g(x)=x$ 的圖形如圖(1)，下列關於兩函數圖形的敘述哪些正確？

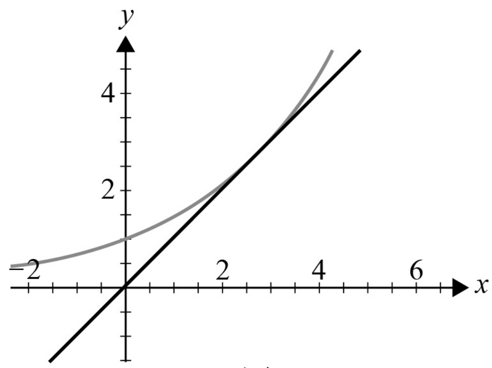
(1) $f(1)>1$

(2) $f(2)>2$

(3) $f\left(\frac{5}{2}\right)>\frac{5}{2}$

(4) $f(3)>3$

(5) $f(x),g(x)$ 兩函數圖形恰有一交點



圖(1)

第貳部分：選填題（占 40 分）

說明：1.第 A 至 H 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（13–34）。
2.每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 小波玩遊戲旅行蝸牛。這隻蝸牛出發去阿里山旅行，蝸牛回來時有可能帶著 2~4 張不同的照片返回。已知這遊戲中，阿里山的照片共有日出、雲海、神木、晚霞、小火車、郵票、鐵路、瀑布、降雪、森林共 10 種。「鐵路」與「小火車」這 2 張照片必定不同時出現，試求蝸牛帶回來的照片共有 ⑬⑭⑮ 種可能的組合。

B. 已知 n 為正整數，且滿足 $\frac{n-32}{n-11}\geq n$。求 n 最大值為 ⑯⑰ 。

C. 日本考試時使用的偏差值計分方法如下：將全部考生的原始成績 x 乘上 a $(a>0)$ 倍後再加上 b，得到新成績 $y=ax+b$。選定適當的 a,b，使得新成績 y 的平均分數為 50 分、標準差為 10 分，如此的新成績 y 就稱為該考生的偏差值。若某次考試小帆數學考了 75 分，全部考生數學平均為 60 分，標準差為 12.5 分。求她數學的偏差值是 ⑱⑲ 分。

D. 某便利商店暑假舉行飲料促銷活動，結帳時收銀機會隨機出現 100~999 的三位數一個，每個三位數出現機率均相同。若該數的 3 個數字至少有兩個相同或是百位數字為 9，則可以獲得減價。求購買飲料時該次獲得減價的機率為 $\dfrac{⑳}{㉑㉒}$ (化簡為最簡分數)。

E. $f(x)$ 為二次多項式函數，$g(x)=(x-1)f(x)$，且滿足 $f(1)=g(1)$，$f(2)=g(2)$，$f(3)=g(3)$，若 $f(4)=-12$，試求 $f(5)$ 的值。㉓㉔㉕

F. 兩個數列 $\langle a_n \rangle$ 與 $\langle b_n \rangle$。已知 $\langle a_n \rangle$ 的前 6 項為 1 , 4 , 2 , 8 , 5 , 7 且 $a_{n+6}=a_n$ (n 為正整數)。$b_1=\dfrac{1}{7}$，$b_{n+1}=10b_n-a_n$ (n 為正整數)。求 $7\sum_{k=1}^{60}(b_k)^2=$ ㉖㉗㉘ 。

G. 甲、乙、丙三人一起到外地出差，中午與晚上都一起在同一家餐廳吃飯。這家餐廳有五種餐點：爌肉飯、雞排飯、雞腿飯、冬瓜飯與排骨飯。若三人中午都點不同餐點，晚上也各自點不同餐點，每人中午晚餐也吃不同餐點，每人每餐均只吃一份。求三人所吃的餐點共有多少可能。㉙㉚㉛㉜

H. 解方程式 $(\log\dfrac{x}{24})(\log 2x)=48$ 得兩根 α,β，求兩根之積 $\alpha\beta=$ ㉝㉞ 。

參考公式及可能用到的數值

1. $\log_{10} 2 \approx 0.3010$， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$

2. 對數律

   (1) $\log_a rs = \log_a r + \log_a s$

   (2) $\log_a \dfrac{r}{s} = \log_a r - \log_a s$

   (3) $\log_a r^s = s \cdot \log_a r$

3. 換底公式 $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

4. $1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

全國公私立高級中學 107 學年度學科能力測驗第二次聯合模擬考試

數學考科解析

考試日期：107 年 9 月 5~6 日

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2	1	3	4	5	1	3	235	1235	13	23	12	3	3	8
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	0	6	2	9	2	5	−	3	2	1	3	0	1	9
31	32	33	34											
2	0	1	2											

第壹部分：選擇題

一、單選題

1.

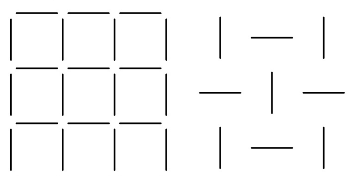


圖 c 的鐵棒數計算可以如上圖看成兩個部分，所使用的鐵棒數總和為 $(3\times4)\times2+3^2$

因此第十個圖的鐵棒數為 $(10\times11)\times2+10^2=320$

2. $\dfrac{2^{\frac{1}{2}}}{2^{-\sqrt{2}}\times\sqrt{2}^{2}\times2^{-2}}\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{-1}{2}+\sqrt{2}}$

$=2^{\frac{1}{2}}\times\dfrac{1}{2^{-\sqrt{2}}\times2\times2^{-2}}\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{-1}{2}+\sqrt{2}}$

$=2^{\frac{1}{2}}\times2^{\sqrt{2}}\times2^{-1}\times2^{2}\times2^{\frac{1}{2}-\sqrt{2}}$

$=2^2=4$

3. 解方程式 $(x^2-4)^3+8=2x^2$

令 $x^2=t$

$(t-4)^3+8=2t$

$\Rightarrow(t-4)^3-2(t-4)=0$

$\Rightarrow(t-4)\left((t-4)^2-2\right)=0$

$\Rightarrow(t-4)\left(t^2-8t+14\right)=0$

$\Rightarrow t=4,4+\sqrt{2},4-\sqrt{2}$

又 $x^2=t$，可知 $x=\pm2,\pm\sqrt{4+\sqrt{2}},\pm\sqrt{4-\sqrt{2}}$

三正根，三負根

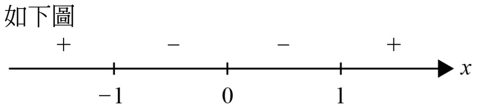
4. (1) $f(x)$ 為 $y=2^x$ 向下平移 2 單位，圖形不經過第二象限

(2) $g(x)=\sqrt{2}x$ 為過原點直線，圖形不經過第二、第四象限

(3) $h(x)=3+\log_3 x$，為 $y=\log_3 x$ 向上平移 3 單位

圖形不經過第二、第三象限

(4) $p(x)=x^2(x-1)(x+1)$ 利用多項式不等式判斷函數正負值如下圖



圖形會經過座標平面的四個象限

(5) 當 $x>0$ 時，$q(x)=3^x-2^x>0$，圖形不經過第四象限

當 $x<0$ 時，$q(x)=3^x-2^x<0$，圖形不經過第二象限

5. (1) 反例 $a=-10,b=1$ 時不成立

(2) 反例 $a=0,b=10,c=11$ 時不成立

(3) $a\le0$ 時不成立

(4) 反例 $a=0,b=9,c=10$ 時不成立

(5) 若 n 為正奇數時，$y=x^n$ 為遞增函數

因此 $a^n<b^n<c^n$

6. 依第幾次買福袋抽中高級模型做分類

P(第一次就中) + P(第二次才中) + P(第三次才中)

$\dfrac{1}{10}+\dfrac{3}{10}\times\dfrac{1}{9}+\dfrac{3}{10}\times\dfrac{2}{9}\times\dfrac{1}{8}=\dfrac{17}{120}$

7. $x=6$ 時，可估計 $z=0.9\times6+4.3=9.7$

$\log_2\dfrac{y}{30}=9.7\Rightarrow\dfrac{y}{30}=2^{9.7}\Rightarrow y=2^{9.7}\times30$

二、多選題

8. (1)(2) A 題鑑別度 0.47

B 題鑑別度 $0.96-0.71=0.25$

C 題鑑別度 $0.79-0.11=0.68$

D 題鑑別度 $0.4-0.03=0.37$

(3) $y-z=0.4$，且 $z\ge0$ 可推知 $y\ge0.4$

(4) $y-z=0.4$，y 最大為 1，可推知 $0.6\ge z$

(5) 若剩下中間 40% 考生的答對率為 p，

x 為所有學生成績的平均答對率，

$x=0.3y+0.4p+0.3z$

x 最大值發生在 y,p,z 都最大的時候

故最大值發生在 $y=1,p=1,z=0.6$ 時，此時 $x=0.88$

x 最小值發生在 y,p,z 都最小的時候

故最小值發生在 $y=0.4,p=0,z=0$ 時，此時 $x=0.12$

故 $0.88\ge x\ge0.12$

9. (1) 依子集合元素個數分類

子集合共有 $C_0^5+C_1^5+C_2^5+C_3^5+C_4^5+C_5^5$

(2) 全部方法可分為小明有被抽到與小明沒被抽到兩類

$C_2^{19}+C_3^{19}$

(3) 抽選 3 人可分類為 3 男，2 男 1 女，1 男 2 女，

$C_3^8C_0^2+C_2^8C_1^2+C_1^8C_2^2$

(4) 從班上 10 人選出 3 人依序為班長，副班長，風紀股長

方法數為 P_3^{10}

又可分類為小明有被選到的情形 $3P_2^9$

與小明沒被選到的情形 P_3^9，

$P_3^{10}=3P_2^9+P_3^9$

(5) 從班上 8 男 3 女選出 5 人的組合

同選項(3)概念

$C_5^{11}=C_5^8C_0^3+C_4^8C_1^3+C_3^8C_2^3+C_2^8C_3^3=C_5^8+3C_4^8+3C_3^8+C_2^8$

10. (1) 判別式 $b^2-4ac=\left(\sqrt{4+\sqrt{3}}\right)^2-4\left(\sqrt{3}+1\right)$

$=4+\sqrt{3}-4\sqrt{3}-4=-3\sqrt{3}$，

可知 α,β 均為虛根

(2) 根與係數的關係知 $\alpha+\beta=-\sqrt{4+\sqrt{3}}$

$\alpha\beta=\sqrt{3}+1$

$(\alpha+\beta)^2=4+\sqrt{3}$

(3) $(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=4+\sqrt{3}-4\sqrt{3}-4=-3\sqrt{3}$

(4) $\overline{\alpha}+\overline{\beta}=\overline{\alpha+\beta}=\overline{-\sqrt{4+\sqrt{3}}}=-\sqrt{4+\sqrt{3}}$

(5) $\overline{\alpha}\times\overline{\beta}=\overline{\alpha\beta}=\overline{1+\sqrt{3}}=1+\sqrt{3}$

11. (1) 因 $f(1)=\log 1=0$，$f(1)\times f(2)\times f(3)=0$

(2) 因 $f(x)$ 是二次多項式函數，使用拉格朗日插值多項式概念可推知

$$f(x)=f(1)\frac{(x-2)(x-3)}{(1-2)(1-3)}+f(2)\frac{(x-1)(x-3)}{(2-1)(2-3)}+f(3)\frac{(x-1)(x-2)}{(3-1)(3-2)}$$

(3) 將 $x=4$ 代入選項(2)的函數，$f(4)=f(1)-3f(2)+3f(3)$

(4) $f(1)=\log 1, f(2)=\log 2, f(3)=\log 3$ 且由選項(3)知，

$$f(4)=f(1)-3f(2)+3f(3)$$
$$=\log 1-3\log 2+3\log 3$$
$$=\log 1-\log 8+\log 27=\log\frac{27}{8}$$

(5) 由選項(2)的式子整理 x^2 係數爲

$$\frac{f(1)}{(1-2)(1-3)}+\frac{f(2)}{(2-1)(2-3)}+\frac{f(3)}{(3-1)(3-2)}$$
$$=\frac{\log 1}{2}-\log 2+\frac{\log 3}{2}$$
$$=0-\log 2+\log\sqrt{3}=\log\frac{\sqrt{3}}{2}<0$$

故該二次函數凹口向下，有最大值

12. (1) $f(1)=\sqrt[3]{3}=3^{\frac{1}{3}}>1$

(2) 比較 $f(2)=\left(\sqrt[3]{3}\right)^2$ 與 2 的大小，將兩數均做 3 次方

$f(2)^3=(\sqrt[3]{3})^6=9>2^3$，故 $f(2)>2$

(3) 比較 $f\left(\frac{5}{2}\right)=\left(\sqrt[3]{3}\right)^{\frac{5}{2}}=3^{\frac{5}{6}}$ 與 $\frac{5}{2}$ 的大小，將兩數均做 6 次方

$f\left(\frac{5}{2}\right)^6=3^5=243$，$\left(\frac{5}{2}\right)^6=\frac{15625}{64}\approx 244$

$f\left(\frac{5}{2}\right)^6<\left(\frac{5}{2}\right)^6$，故 $f\left(\frac{5}{2}\right)<\frac{5}{2}$

(4) $f(3)=\left(\sqrt[3]{3}\right)^3=3$

(5) $f(2)>g(2)$，$f\left(\frac{5}{2}\right)<g\left(\frac{5}{2}\right)$，因此在 $2<x<\frac{5}{2}$ 範圍內

$f(x),g(x)$ 有一交點，又知 $f(3)=g(3)$

可知 $f(x),g(x)$ 至少有兩交點

第貳部分：選填題

A. (帶回 2 張的情形)+(帶回 3 張的情形)+(帶回 4 張的情形)

$=\left(C^{10}_2-C^2_2\right)+\left(C^{10}_3-C^2_2C^8_1\right)+\left(C^{10}_4-C^2_2C^8_2\right)=338$

B. $\frac{n-32}{n-11}\ge n\Rightarrow 0\ge\frac{n^2-12n+32}{n-11}$

$\Rightarrow 0\ge\frac{(n-8)(n-4)}{n-11}\Rightarrow n\le 4$ 或 $8\le n<11$

n 最大值爲 10

C. [方法一] $y=ax+b\ (a>0)$

調整後的標準差 $a\times 12.5=10\Rightarrow a=\frac{4}{5}$

調整後的平均數 $a\times 60+b=50\Rightarrow b=2$

$y=\frac{4}{5}x+2$

小帆的數學偏差值爲 $\frac{4}{5}\times 75+2=62$

[方法二]先將數據標準化 $x'=\frac{x-60}{12.5}$

x' 平均爲 0 分，標準差爲 1 分

再令 $y=10x'+50$，y 平均爲 50 分，標準差爲 10 分

$y=10x'+50=10\frac{(x-60)}{12.5}+50=\frac{4(x-60)}{5}+50$

$y=\frac{4(x-60)}{5}+50$ 即爲偏差值換算公式

小帆的數學偏差值爲 $\frac{4(75-60)}{5}+50=62$

D. 沒有減價的數字爲，(三個數字都不同)且(百位數字不是 9)

共有 $8\times 9\times 8=576$ 種

所求爲 $1-\frac{576}{900}=\frac{9}{25}$

E. [方法一]由 $g(x)=(x-1)f(x)$ 可知

$g(1)=0\times f(1)=0$ ……①

$g(3)=2\times f(3)=2f(3)$ ……②

題目敘述中的條件 $f(1)=g(1)$ ……③

$f(3)=g(3)$ ……④

①③可推得 $f(1)=g(1)=0$

②④可推得 $f(3)=g(3)=2f(3)\Rightarrow f(3)=0$

因此可令 $f(x)=a(x-1)(x-3)$

$f(4)=3a\Rightarrow a=-4\Rightarrow f(x)=-4(x-1)(x-3)$

$f(5)=-4(5-1)(5-3)=-32$

[方法二]令 $h(x)=g(x)-f(x)=(x-2)f(x)$

$h(x)=0$ 有明顯的三根 1,2,3

因此可令 $h(x)=a(x-1)(x-2)(x-3)$

$\Rightarrow f(x)=a(x-1)(x-3)$

又 $f(4)=3a\Rightarrow a=-4\Rightarrow f(x)=-4(x-1)(x-3)$

$f(5)=-4(5-1)(5-3)=-32$

F. $b_2=10\times\frac{1}{7}-1=\frac{3}{7}$　　$b_3=10\times\frac{3}{7}-4=\frac{2}{7}$

$b_4=10\times\frac{2}{7}-2=\frac{6}{7}$　　$b_5=10\times\frac{6}{7}-8=\frac{4}{7}$

$b_6=10\times\frac{4}{7}-5=\frac{5}{7}$　　$b_7=10\times\frac{5}{7}-7=\frac{1}{7}$ (與 b_1 相等)

$b_8=10\times\frac{1}{7}-1=\frac{3}{7}$ (與 b_2 相等)…

因 $a_{n+6}=a_n$ 故可推知 $b_{n+6}=b_n$

b_n 每六項循環一次

$$7\sum_{k=1}^{60}(b_k)^2=7\times 10\left(b_1{}^2+b_2{}^2+...+b_6{}^2\right)$$
$$=70\left(\frac{1^2+2^2+...+6^2}{49}\right)=70\times\frac{1}{49}\times\frac{6\times 7\times 13}{6}=130$$

G. 三人的兩餐可畫成表格

甲午餐	乙午餐	丙午餐
甲晚餐	乙晚餐	丙晚餐

表格第一列的三個午餐均不同，中午的所有選擇有

$5\times 4\times 3=60$ 種

表格第二列的三個晚餐均不同，晚餐的所有選擇有 60 種

利用取捨原理扣去上午下午吃同樣餐點的情形

$60-C^3_1\times 4\times 3+C^3_2\times 3-C^3_3\times 1=32$

所有情形 $60\times 32=1920$

H. 將 $\log x$ 令爲 t

$(t-\log 24)(t+\log 2)=48$

$t^2+(\log 2-\log 24)t-48-\log 2\log 24=0$

t 的兩根之和爲 $t_1+t_2=\log 24-\log 2=\log 12$

$\log\alpha=t_1, \log\beta=t_2$

因此 $\log\alpha\beta=\log\alpha+\log\beta=t_1+t_2=\log 12$

$\Rightarrow\alpha\beta=12$