

# 臺北區 103 學年度第一學期 第一次學科能力測驗模擬考試

## 數學考科

### — 作答注意事項 —

考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 6 題，多選題 6 題，選填題第 A 至 H 題共 8 題

作答方式：用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案者，其後果由考生自行承擔。

選填題作答說明：選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是  $\frac{3}{8}$ ，則考生

必須分別在答案卡的第 18 列的  $\overset{3}{\square}$  與第 19 列的  $\overset{8}{\square}$  畫記，如：

18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 C 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是  $\frac{-7}{50}$  時，則考生必須分別在

答案卡的第 20 列的  $\overset{-}{\square}$  與第 21 列的  $\overset{7}{\square}$  畫記，如：

20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

※ 試題後附有參考公式及可能用到的數值

第壹部分：選擇題（占 60 分）

一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 設  $a, b$  為實數，若絕對值不等式  $|ax+3| \geq b$  之解為  $x \leq 2$  或  $x \geq 6$ ，則  $a+b = ?$

- (1) 3
- (2)  $\frac{11}{4}$
- (3)  $\frac{5}{4}$
- (4)  $\frac{3}{4}$
- (5)  $\frac{1}{2}$

2. 前中央研究院院長李遠哲曾說過，他每一步比別人做好 5%，100 步之後就為別人的  $1.05^{100}$  倍。請利用下面的對數表求  $1.05^{100}$  倍大約為多少倍？

	$\log_{10} X$									
$X$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014

- (1) 110
- (2) 120
- (3) 130
- (4) 140
- (5) 150

3. 有一分數  $\frac{315a21}{24}$  化為小數時為有限小數，其中  $a$  為 0 到 9 的整數，則滿足此條件之  $a$  有多少個？

- (1) 3
- (2) 4
- (3) 5
- (4) 6
- (5) 7

4. 研究五個岩石樣本中某兩元素的含量，令數據  $X$  為第一種元素含量，數據  $Y$  為第二種元素含量：

$X$	8	10	11	12	14
$Y$	9	$k$	10	11	13

已知由最小平方法求得  $Y$  對  $X$  的最適合直線(迴歸直線)為  $y = \frac{4}{5}x + \frac{6}{5}$ ，試問  $k$  之值為何？

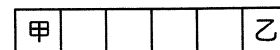
- (1) 7
- (2) 8
- (3) 9
- (4) 10
- (5) 11

5. 試估計  $7^{\frac{2}{3}}$  最接近下列何數？

- (1) 3
- (2) 3.3
- (3) 3.5
- (4) 3.7
- (5) 4

6. 如圖(1)，甲、乙兩人玩一遊戲。遊戲開始時兩人分站左、右兩端，規定甲只能往右走，乙只能往左走。先由甲開始走，接著換乙，依甲、乙、甲、乙……的順序進行，其中每人每次可走 1 格、2 格或 3 格，若兩人停留在同一格子，則遊戲提前結束。試問兩人玩這遊戲提前結束的情形有幾種？

- (1) 7
- (2) 8
- (3) 15
- (4) 16
- (5) 21



圖(1)

## 二、多選題 (占 30 分)

說明：第 7 題至第 12 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

7. 多項式  $f(x)$  除以  $2x-3$  的商式為  $Q(x)$ ，餘式為  $r$ ，則下列選項何者**錯誤**？

- (1)  $f(x)$  除以  $x-\frac{3}{2}$  的商式為  $2Q(x)$ ，餘式為  $r$
- (2)  $f(x)$  除以  $5(2x-3)$  的商式為  $\frac{Q(x)}{5}$ ，餘式為  $r$
- (3)  $xf(x)$  除以  $(2x-3)$  的商式為  $xQ(x)$ ，餘式為  $r$
- (4)  $f(\frac{x}{2})$  除以  $x-3$  的商式為  $Q(\frac{x}{2})$ ，餘式為  $r$
- (5)  $f(3x)$  除以  $2x-1$  的商式為  $3Q(3x)$ ，餘式為  $r$

8. 甲、乙、丙、丁四組數據資料如下表。設  $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$ 、 $\sigma_3$ 、 $\sigma_4$  分別代表四組數據的標準差。試觀察下表判斷下列選項何者正確？

甲	1	2	3	4	5	6
乙	5	6	7	8	9	10
丙	3	5	7	9	11	13
丁	-1	-3	-5	-7	-9	-11

- (1)  $\sigma_1 > \sigma_2$
- (2)  $\sigma_3 > \sigma_4$
- (3)  $\sigma_2 > \sigma_4$
- (4)  $\sigma_3 = \sigma_4$
- (5)  $\sigma_1 < \sigma_4$

9. 若  $\log_a 3 > \log_b \frac{1}{3} > 0$ ，則下列選項何者正確？

- (1)  $\log_a 4 + \log_a 8 > 2\log_a 6$
- (2)  $\log_a b > 1$
- (3)  $b^3 > b^2$
- (4) 若  $a^x > b^x$ ，則  $x > 0$
- (5) 若  $a^x = b^y$ ，則  $x = y$

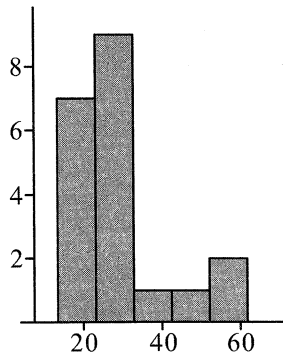
10. 甲、乙、丙三人射擊同一靶，已知三人之命中率依序為  $p, q, \frac{1}{4}$ ，設三人之射擊互不影響，且各發一發。若此靶不中彈之機率為  $\frac{1}{4}$ ，恰中一彈之機率為  $\frac{11}{24}$ ，恰中二彈之機率為  $\frac{1}{4}$  且  $p > q$ ，則：

- (1) 三彈全中之機率為  $\frac{1}{24}$
- (2)  $p + q = \frac{3}{4}$
- (3)  $p = \frac{1}{2}$
- (4)  $q \leq \frac{1}{4}$
- (5) 乙丙均射中之機率為  $\frac{1}{12}$

11. 統計分析有時會利用一些數學函數來轉換資料數值，產生比原始資料更佳的統計特性，例如找到一個函數其轉換值的直方圖比原始資料具有「對稱性」。一實驗研究某單細胞暴露在鈹金屬元素下的活動情形，下列數據記錄此單細胞分裂時間，令其為  $X$ ：

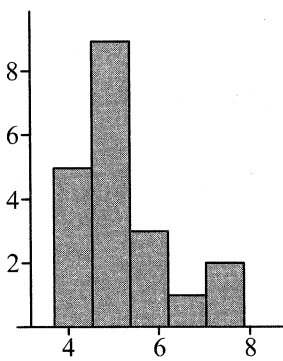
28.1    31.2    13.7    46.0    25.8    16.8    34.8    62.3    28.0    17.9  
19.5    21.1    31.9    28.9    60.1    23.7    18.6    21.4    26.6    26.2

圖(2)為  $X$  的直方圖：

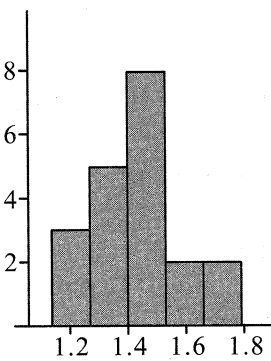


圖(2)

將其分別轉換為平方根值  $Y = \sqrt{X}$  及對數值  $Z = \log_{10} X$ ，並製作直方圖：



圖(a)



圖(b)

試問下列選項何者正確？

- (1) 圖(a)應為數據  $Z$  的直方圖
- (2) 圖(b)應為數據  $Z$  的直方圖
- (3) 由直方圖結果，對此研究數據而言，轉換值  $Z = \log_{10} X$  的對稱性比轉換值  $Y = \sqrt{X}$  較佳
- (4) 若  $\mu_X$ 、 $\mu_Y$  分別為數據  $X$ 、 $Y$  的算術平均數，則  $\mu_Y = \sqrt{\mu_X}$
- (5) 若  $M_X$ 、 $M_Z$  分別為數據  $X$ 、 $Z$  的中位數，則  $M_Z = \log_{10} M_X$

12. 已知  $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ 。請選出正確的選項。

- (1) 若  $P = \{(a, b, c) \mid a, b, c \in A\}$ ，則  $n(P) = 3^{10}$
- (2) 若  $Q = \{(a, b, c) \mid a < b < c, \text{ 其中 } a, b, c \in A\}$ ，則  $n(Q) = C_3^{10}$
- (3) 若  $R = \{(a, b, c) \mid a < b \leq c, \text{ 其中 } a, b, c \in A\}$ ，則  $n(R) = C_3^{10} + C_2^{10}$
- (4) 若  $S = \{(a, b, c) \mid a \leq b \leq c, \text{ 其中 } a, b, c \in A\}$ ，則  $n(S) = C_3^{10} + C_2^{10} + C_1^{10}$
- (5) 若從  $A$  中取出相異三數，則三數成等差數列的機率為  $\frac{2C_2^5}{C_3^{10}}$

## 第貳部分：選填題（占 40 分）

說明：1. 第 A 至 H 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號(13-32)。

2. 每題完全答對得 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 設  $\frac{2x^2-x+1}{(x-1)(x-2)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{x-3}$ ，其中  $A$ 、 $B$ 、 $C$  為實數，則  $A+B+C = \underline{\textcircled{13}}$ 。
- B. 在 4 與 64 之間插入三正數  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，使得 4、 $a$ 、 $b$  成等比， $b$ 、 $c$ 、64 成等比，且  $a$ 、 $b$ 、 $c$  成等差，試求  $a+b+c = \underline{\textcircled{14}\textcircled{15}}$ 。
- C. 求  $1+2+2+3+3+3+4+4+4+4+\dots+\underbrace{n+n+\dots+n}_{n\text{個}}+\dots$  至第 200 項之和為  $\underline{\textcircled{16}\textcircled{17}\textcircled{18}\textcircled{19}}$ 。
- D. 設一等差數列共有 10 項，首項為 10，公差為 2，則此 10 個數的標準差為  $\sqrt{\textcircled{20}\textcircled{21}}$ 。  
(化為最簡根式)
- E. 設  $k$  為實數，若  $x^4-10x^2+8x+k=0$  的所有根中，有兩個根的和為 2，則  $k$  值為  $\underline{\textcircled{22}}$ 。
- F. 設 A 袋內有 2 紅球 3 白球，B 袋內有 1 紅球 2 白球。今擲一公正骰子，若出現點數 3 或 4，則由 B 袋取一球記錄其顏色後，放入 A 袋，再由 A 袋取一球，記錄其顏色。若擲出其他點數，則由 A 袋取一球記錄其顏色後，放入 B 袋，再由 B 袋取一球，記錄其顏色。今已知所記錄之兩球都為同色球的條件下，求為兩白球之機率為  $\frac{\textcircled{23}\textcircled{24}\textcircled{25}}{\textcircled{26}\textcircled{27}\textcircled{28}}$ 。  
(化為最簡分數)
- G. 若依據過去經驗，某學生英文考試成績  $y$ (分)與每日讀書時間  $x$ (小時)的學習曲線為  $y = \frac{10^{2x-1.5}}{1+10^{2x-1.5}} \times 100$ ，若該生英文考試成績想要從 30 分進步到 60 分，則每日至少要增加  $\underline{\textcircled{29}\textcircled{30}}$  分鐘讀書。(四捨五入取至整數)
- H. 將 5 這個數寫成 3 個正整數之和的方法如下：  
 $5=1+1+3=1+3+1=3+1+1=1+2+2=2+1+2=2+2+1$ ，若有順序之分，則有 6 種方法數。  
依照上面敘述之方法，將 9 這個數寫成 3 個正整數之和，則有  $\underline{\textcircled{31}\textcircled{32}}$  種方法數。

### 參考公式及可能用到的數值

1. 首項為  $a$ ，公差為  $d$  的等差數列，第  $n$  項為  $a_n = a + (n-1)d$ ，前  $n$  項之和為

$$S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$$

- 首項為  $a$ ，公比為  $r (r \neq 1)$  的等比數列，第  $n$  項為  $a_n = ar^{n-1}$ ，前  $n$  項之和為  $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 級數公式： $\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

3. 一維數據  $X : x_1, x_2, \dots, x_n$ ，算術平均數  $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

$$\text{標準差 } \sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n x_i^2 \right) - n\mu_X^2}$$

4. 二維數據  $(X, Y) : (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，相關係數  $r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

$$\text{迴歸直線(最適合直線)方程式 } y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$$

5. 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$