臺北區 102 學年度第一學期
第二次學科能力測驗模擬考試

數學考科

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 6 題，多選題 7 題，選填題第 A 至 G 題共 7 題

作答方式：用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案者，其後果由考生自行承擔。

選填題作答說明：選填題的題號是 A，B，C，……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是 $\dfrac{\text{⑱}}{\text{⑲}}$，而依題意計算出來的答案是 $\dfrac{3}{8}$，則考生必須分別在答案卡的第 18 列的 $\overset{3}{\square}$ 與第 19 列的 $\overset{8}{\square}$ 畫記，如：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	−	±
18	□	□	■	□	□	□	□	□	□	□	□	□
19	□	□	□	□	□	□	□	■	□	□	□	□

例：若第 C 題的答案格式是 $\dfrac{\text{⑳㉑}}{50}$，而答案是 $\dfrac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 $\overset{-}{\square}$ 與第 21 列的 $\overset{7}{\square}$ 畫記，如：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	−	±
20	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	■	□
21	□	□	□	□	□	□	■	□	□	□	□	□

※試題後附有參考公式及可能用到的數值

第壹部分：選擇題（占 65 分）

一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 連續投擲一公正骰子 10 次，若丟出 n 次正面的機率為 p_n，當 p_n 有最大值時，n 值為下列何者？

   (1) 1
   (2) 3
   (3) 5
   (4) 7
   (5) 9

2. ΔABC 中，已知 $\overline{AB}=1+\sqrt{2}$，$\overline{BC}=1+\sqrt{3}$，$\overline{CA}=\sqrt{5}$，若 $p=\cos A$，$q=\cos B$，$r=\cos C$，則 p，q，r 的大小順序為：

   (1) $p>q>r$
   (2) $p>r>q$
   (3) $q>p>r$
   (4) $q>r>p$
   (5) $r>p>q$

3. 坐標平面上，與二圓 $(x-1)^2+y^2=1$、$(x-7)^2+y^2=1$ 都外切，且與 x 軸、y 軸也都相切的圓有幾個？

   (1) 1
   (2) 2
   (3) 3
   (4) 4
   (5) 0

4. 設$\vec{a}$、$\vec{b}$為不平行的二平面向量，則下列哪一個平面向量和$\vec{a}$的夾角必定等於這個平面向量和$\vec{b}$的夾角？

(1) $\vec{a}+\vec{b}$

(2) $-\vec{a}-\vec{b}$

(3) $\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}+\dfrac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$

(4) $\dfrac{\vec{a}}{|\vec{b}|}+\dfrac{\vec{b}}{|\vec{a}|}$

(5) $\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}-\dfrac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$

5. 以下各選項資料關於 y 對 x 的迴歸直線(最適合直線)中，斜率最大的是哪一個選項？

(1)

x	1	2	3
y	1	2	3

(2)

x	1	2	3
y	1	1	4

(3)

x	1	2	3
y	0	1	5

(4)

x	1	2	3
y	3	3	3

(5)

x	1	2	3
y	1	3	5

6. 小寶在教室地上撿到鄰座同學小瓜在一張 $A4$ 紙上所畫的曲線軌跡圖，該圖沒有標出兩條互相垂直的直線何者為 x 軸與 y 軸，也沒有畫出兩軸正向的箭頭符號，如圖(1)。試問該曲線圖，**不可能**是下列哪一個選項的部分圖形？

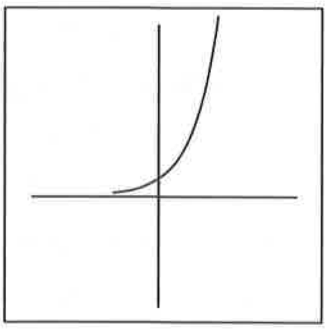
(1) $y=2^x$

(2) $y=-2^{-x}$

(3) $y=\log_2(-x)$

(4) $y=\log_{\frac{1}{2}} x$

(5) $y=\log_{\frac{1}{2}}(-x)$



圖(1)

二、多選題（占 35 分）

說明：第 7 題至第 13 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

7. 設實係數二次多項式 $f(x)=51(x-2014)(x-2015)-103(x-2013)(x-2015)+g(x)$，且 $f(2013)=102$，$f(2014)=103$，$f(2015)=104$。則下列選項哪些正確？
(1) $g(x)$是二次多項式
(2) $g(2013)=0$
(3) $g(2015)=0$
(4) 多項式 $g(x)$的領導係數是 104
(5) 多項式 $g(x)$的常數項是 104 的倍數

8. 已知 $a_1<a_2<a_3$，$b_1<b_2<b_3$，若 a_1、a_2、a_3三數的平均數為 μ，標準差為 σ；b_1、b_2、b_3三數的平均數也是 μ，標準差也是 σ，請選出正確的選項：
(1) a_1、a_2、a_3、b_1、b_2、b_3六數的平均數為 μ
(2) a_1、a_2、a_3、b_1、b_2、b_3六數的標準差為 σ
(3) a_1、b_2、a_3的平均數為 μ
(4) a_1、b_2、a_3的標準差為 σ
(5) 若二維數據資料為 (a_1,b_1)、(a_2,b_2)、(a_3,b_3)，則兩組數據的相關係數為 1

9. 已知函數 $y=f(x)$與 $y=g(x)$的圖形分別為直線 L_1與 L_2，其中 L_1過點 $(0,1)$，L_2過點 $(0,2)$，且函數值 $f(1)>1$，$f(2)>2$。設 $h(x)=f(x)g(x)$，則關於函數 $y=h(x)$的圖形描述，下列哪些選項正確？
(1) $y=h(x)$的圖形可能是二直線
(2) $y=h(x)$的圖形可能是一拋物線
(3) $y=h(x)$的圖形可能與 x 軸無交點
(4) $y=h(x)$的圖形可能與 x 軸恰有一交點
(5) $y=h(x)$的圖形可能與 x 軸有兩交點

10. 將 ΔABC 置於直角坐標平面上，P 與原點 O 為該平面上相異兩點，且 $6\overrightarrow{OP}=3\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}$，若直線 AP 與直線 BC 相交於 D，則下列哪些選項正確？

(1) O 在 ΔABC 的內部

(2) P 在 ΔABC 的內部

(3) $\overline{BD}:\overline{CD}=1:3$

(4) $\overline{AP}:\overline{AD}=1:2$

(5) 若 $\overrightarrow{OQ}=6\overrightarrow{OP}$，則 Q 在 ΔABC 的外部

11. 坐標平面上三點為 $A(-1,1)$、$B(4,3)$、$C(-1,5)$，若點 $P(a,b)$ 為 ΔABC 邊界或內部的一點，則下列哪些選項正確？

(1) $a+b\geq 0$

(2) $3a+b\leq 2$

(3) $a-b\leq 3$

(4) $\cos\angle APB$ 的最大值為 $\dfrac{2}{\sqrt{29}}$

(5) 滿足 $a^2+b^2=25$ 條件的 P 點，恰有一個

12. 如圖(2)，正方形 $ABCD$ 的四邊上都各有二個三等分點，從這四邊中任選三邊，再從選出來的三邊上各選一個點，作為三角形的三個頂點，則下列敘述哪些正確？

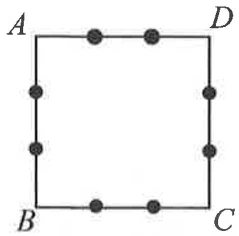
(1) 共可做出 24 個三角形

(2) 共可做出 8 個直角三角形

(3) 共可做出 8 個銳角三角形

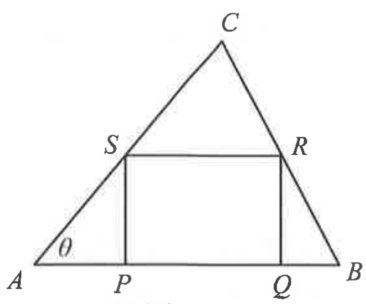
(4) 共可做出 8 個鈍角三角形

(5) 共可做出 16 個等腰三角形



圖(2)

13. 如圖(3)，$PQRS$ 為一矩形，P、Q 在 $\overline{AB}$ 邊上，R、S 分別在 $\overline{BC}$、$\overline{AC}$ 邊上，且 $\overline{PQ}=4$、$\overline{QR}=3$、$\overline{AB}=\overline{AC}$。則下列選項哪些正確？



圖(3)

(1) $\overline{AS}=3\sin\theta$

(2) $\overline{SC}>4$

(3) $\overline{QB}=3\tan\dfrac{\theta}{2}$

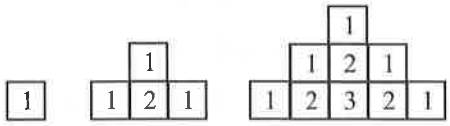
(4) ΔABC 面積的最大值為 25

(5) ΔABC 面積的最小值為 24

第貳部分：選填題（占 35 分）

說明：1.第 A 至 G 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號(14–30)。
2.每題完全答對得 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 觀察右側圖形的規律：a_n 表示圖 n 中所有數字的總和，即 $a_1=1$，$a_2=5$，$a_3=14$，⋯，則 $a_{10}=$ ⑭⑮⑯ 。



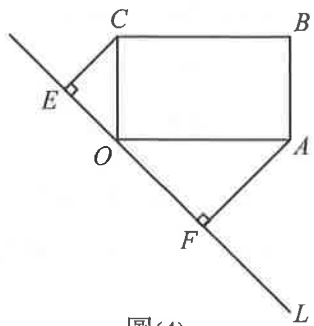
(圖1) (圖2) (圖3)

B. 已知一盒中有 10 個球，球上分別印有號碼 1 到 10，由盒中依次取出 4 球，則在取出 4 球之號碼中第二大數爲 7 的條件下，第一次取出的球號碼是 9 的條件機率爲 $\dfrac{⑰}{⑱⑲}$ 。(化爲最簡分數)

C. 坐標平面上，直線 L 的法向量爲 $(2,-1)$，A 點在直線上且 B 點在直線外，$\overrightarrow{AB}=(-3,4)$，則 B 點到直線 L 的距離爲 ⑳$\sqrt{㉑}$ 。

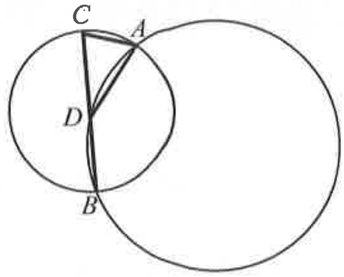
D. 海面上，敵軍一艘快艇從 A 點向東航行，當它行走 1 公里到達 C 點處時，我軍在 C 點東偏南 $60°$，距離 C 點 6 公里的 B 基地，同時立刻發射一枚飛彈，經過一段時間，在 P 點處將它擊毀。假設快艇與飛彈都是等速直線前進，而飛彈的速度是快艇的兩倍，則該快艇所航行的 $\overline{AP}$ 距離爲 $\sqrt{㉒㉓}$ 公里。

E. 如圖(4)，$OABC$ 爲一矩形，$\overline{AF}\perp L$，$\overline{CE}\perp L$。若 $\overline{OF}=4$，$\overline{OE}=3$，求 $\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{FE}=$ ㉔㉕ 。



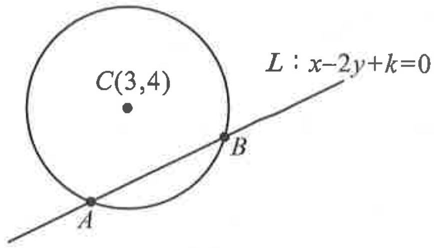
圖(4)

F. 如圖(5)，大小兩圓相交於 A、B 兩點，今在左邊小圓上取一點 C，作弦 $\overline{BC}$ 交大圓於 D 點，若 $\overline{AD}=\overline{CD}=3$ 且 $\overline{AC}=2$，大圓與小圓的半徑分別為 R 與 r，則 $\frac{R}{r}=$ $\frac{㉖}{㉗}$ 。(化為最簡分數)



圖(5)

G. 坐標平面上，直線 L：$x-2y+k=0$ 與圓 C 相交於 A、B 兩點，且 $\overline{AB}=2$，如圖(6)。若圓心 $C(3,4)$ 在直線 L 的上方，且到 L 的距離等於 1，則通過 A、C 兩點的直線方程式為 $y=ax+b$，求 $(a,b)=$ (㉘,㉙㉚) 。



圖(6)

可能用到的參考公式及數值

1. 一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的公式解： $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

2. 平面上兩點 $P_1(x_1,y_1)$， $P_2(x_2,y_2)$ 間距離爲 $\overline{P_1P_2}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

3. 通過 (x_1,y_1) 與 (x_2,y_2) 的直線斜率 $m=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$， $x_2\neq x_1$

4. 首項爲 a 且公比爲 r 的等比數列前 n 項之和 $S_n=\dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$， $r\neq 1$

5. 級數公式： $\sum\limits_{k=1}^{n}k^2=1^2+2^2+\cdots+n^2=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

6. 常用對數： $\log 2\approx 0.3010$ 、 $\log 3\approx 0.4771$ 、 $\log 7\approx 0.8451$

7. 算術平均數： $\mu=\dfrac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}x_i$

8. 幾何平均數： $G=\sqrt[n]{x_1\cdot x_2\cdot\cdots\cdot x_n}$

9. 母體標準差： $\sigma=\sqrt{\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}=\sqrt{\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}x_i{}^2-\mu^2}$

10. 相關係數： $r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i'y_i'}{n}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\mu_x)(y_i-\mu_y)}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\mu_x)^2}\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\mu_y)^2}}$，其中 $x_i'=\dfrac{x_i-\mu_x}{\sigma_x}$， $y_i'=\dfrac{y_i-\mu_y}{\sigma_y}$

11. 迴歸直線(最適合直線)： $y-\mu_y=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\mu_x)(y_i-\mu_y)}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\mu_x)^2}(x-\mu_x)=r\dfrac{\sigma_y}{\sigma_x}(x-\mu_x)$

12. $\sqrt{2}\fallingdotseq 1.414$， $\sqrt{3}\fallingdotseq 1.732$， $\sqrt{5}\fallingdotseq 2.236$